總　　分

102 年 數學甲 指定科目考試試卷

_____科_____班　學號_____姓名_____

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題共占 76 分）

一、單選題（占 24 分）+

說明：第 1 題至第 4 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」. 各題答對者，得 6 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算 .

(　　)1. 設 z 為一複數，且 $\dfrac{z-2}{z+2}=i$（其中 $i=\sqrt{-1}$ 為虛數單位）. 試問 z 的絕對值 $|z|$ 為下列哪一個選項?

(1) $\dfrac{1}{2}$　(2) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(3) 1　(4) $\sqrt{2}$　(5) 2 .

(　　)2. 坐標平面上，直線 $x=2$ 分別交函數 $y=\log_{10}x$，$y=\log_2 x$ 的圖形於 P、Q 兩點；直線 $x=10$ 分別交函數 $y=\log_{10}x$，$y=\log_2 x$ 的圖形於 R、S 兩點 . 試問四邊形 $PQSR$ 的面積最接近下列哪一個選項?（$\log_{10}2\approx 0.3010$）

(1) 10　(2) 11　(3) 12　(4) 13　(5) 14 .

(　　)3. 袋中有大小相同編號 1 到 8 號的球各一顆 . 小明自袋中隨機一次取出兩球，設隨機變數 X 的值為取出兩球中的較小號碼 . 若 p_k 表 X 取值為 k 的機率（$k=1$，2，⋯，8），試問有幾個 p_k 的值大於 $\dfrac{1}{5}$?

(1) 1 個　(2) 2 個　(3) 3 個　(4) 4 個　(5) 5 個 .

(　　)4. 考慮所有由 1、2、3、4、5、6 各一個與三個 0 所排成形如 $\begin{bmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{bmatrix}$ 對角線均為 0 的三階方陣 . 今隨機選取這樣一個方陣，試問其行列式值 $\begin{vmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{vmatrix}$ 為奇數的機率為下列哪一個選項?

(1) $\dfrac{1}{20}$　(2) $\dfrac{1}{10}$　(3) $\dfrac{1}{2}$　(4) $\dfrac{9}{10}$　(5) $\dfrac{19}{20}$.

二、多選題（占 40 分）

說明：第 5 題至第 9 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」. 各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 8 分；答錯 1 個選項者，得 4.8 分；答錯 2 個選項者, 得 1.6 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者, 該題以零分計算 .

(　　)5. 令 $A(-2,0)$，$B(0,1)$，$C(2,1)$，$D(4,3)$ 為坐標平面上四點．請選出正確的選項:

(1)恰有一直線通過 A、B、C 三點

(2)恰有一圓通過 A、B、D 三點

(3)恰有一個二次多項式函數的圖形通過 B、C、D 三點

(4)恰有一個三次多項式函數的圖形通過 A、B、C、D 四點

(5)可找到兩平行直線，其聯集包含 A、B、C、D 四點．

(　　)6. 設 c 為實數，E_1、E_2、E_3 皆為坐標空間中的平面，其方程式如下:

$$E_1: cx+y=c;\quad E_2: cy+z=0;\quad E_3: x+cz=1\ .$$

已知 E_1、E_2、E_3 有一個交點的 z 坐標為1，請選出正確的選項:

(1) $(1,0,0)$ 是 E_1、E_2、E_3 的一個交點

(2) E_1、E_2、E_3 有無窮多個交點

(3) E_1、E_2、E_3 中一定有兩個平面重合

(4) $c=1$

(5) E_1、E_2、E_3 有一個交點的 z 坐標為 2 ．

(　　)7. 令 $f(x)=x^3-x^2-2x+1$ ．設 a、b、c 為方程式 $f(x)=0$ 的三個實根，且 $a<b<c$，請選出正確的選項:

(1)極限 $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}$ 存在

(2) a、b、c 至少有一個在 0 與1之間

(3) a，a^2，a^3，$\cdots$，a^n，$\cdots$為收斂數列

(4) b，b^2，b^3，$\cdots$，b^n，$\cdots$為收斂數列

(5) c，c^2，c^3，$\cdots$，c^n，$\cdots$為收斂數列．

(　　)8. 考慮函數 $f(x)=|\sin x|+|\cos x|$，其中 x 為任意實數．請選出正確的選項:

(1) $f(-x)=f(x)$ 對所有實數 x 均成立

(2) f 的最大值為 $\sqrt{2}$

(3) f 的最小值為 0

(4) $f\left(\dfrac{\pi}{10}\right)>f\left(\dfrac{\pi}{9}\right)$

(5)函數 f 的（最小正）週期為 π ．

(　　)9. 考慮向量 $\overrightarrow{u}=(a,b,0)$，$\overrightarrow{v}=(c,d,1)$，其中 $a^2+b^2=c^2+d^2=1$．請選出正確的選項：

(1)向量 $\overrightarrow{v}$ 與 z 軸正向的夾角恆為定值（與 c、d 之值無關）

(2) $\overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}$ 的最大值為 $\sqrt{2}$

(3) $\overrightarrow{u}$ 與 $\overrightarrow{v}$ 夾角的最大值為 $135°$

(4) $ad-bc$ 的值可能為 $\frac{5}{4}$

(5) $\left|\overrightarrow{u}\times\overrightarrow{v}\right|$ 的最大值為 $\sqrt{2}$．

三、選填題（占 12 分）

說明：1. 第 A 與 B 題，請將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號（10-15）.

2. 每題完全答對給 6 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分．

A. 設 A、B、C、D 為空間中四個相異點，且直線 CD 垂直平面 ABC．已知 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=10$，$\sin\angle ABC=\frac{4}{5}$，且 $\angle ABC$ 為銳角，則 $\overline{AD}=$ ⑩$\sqrt{⑪}$ ．（化成最簡根式）

B. 設 m 為實數．若圓 $x^2+y^2+4x-7y+10=0$ 與直線 $y=m(x+3)$ 在坐標平面上的兩個交點位於不同的象限，而滿足此條件的 m 之最大範圍為 $a<m<b$，則 $a=\frac{⑫}{⑬}$，$b=\frac{⑭}{⑮}$ ．（化成最簡分數）

第貳部分：非選擇題（占 24 分）

說明：本部分共有二大題，答案必須寫在「答案卷」上，並於題號欄標明大題號（一、二）與子題號（(1)、(2)、……），同時必須寫出演算過程或理由，否則將予扣分甚至給零分．作答務必使用筆尖較粗之黑色墨水的筆書寫，且不得使用鉛筆．每一子題配分標於題末．

一. 設 $p(x)$ 為一實係數多項式，其各項係數均大於或等於 0．在坐標平面上，已知對所有的 $t\ge 1$，函數 $y=p(x)$，$y=-1-x^2$ 的圖形與直線 $x=1$，$x=t$ 所圍成有界區域的面積為 $t^4+t^3+t^2+t+C$（其中 C 為常數）.

(1) 試說明 $p(x)>-1-x^2$ 對所有的 $x\ge 1$ 均成立．（2 分）

(2) 設 $t\ge 1$，試求 $\int_1^t\left(-1-x^2\right)dx$ ．（3 分）

(3) 試求 C ．（2 分）

(4) 試求 $p(x)$ ．（5 分）

二. 設 $A(1,0)$，$B(0,1)$ 為坐標平面上兩點，C 為直線 AB 外一點．經平面線性變換 M 作用後，A 被映射至 $A'(1,\sqrt{2})$，B 被映射至 $B'(-1,\sqrt{2})$，而 C 被映射至 C' ．

(1) 試問變換 M 的矩陣為何？（4 分）

(2) 試證明變換 M 將 $\triangle ABC$ 的重心映射至 $\triangle A'B'C'$ 的重心．（4 分）

(3) 若 $\triangle ABC$ 的面積為 3，試求點 C' 與直線 $A'B'$ 的距離．（4 分）

答　案

第壹部分：選擇題

一、單選題

1.(5)　2.(3)　3.(2)　4.(2)

二、多選題

5.(3)(4)(5)　6.(1)(2)(5)　7.(2)(4)　8.(1)(2)　9.(1)(3)(5)

三、選填題

A. $6\sqrt{5}$　B. $\frac{2}{3}$，$\frac{5}{3}$

第貳部分：非選擇題

一. (1)略　(2) $-\frac{1}{3}t^3-t+\frac{4}{3}$　(3) -4　(4) $4x^3+2x^2+2x$

二. (1) $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{bmatrix}$　(2)略　(3) $6\sqrt{2}$

出處及解析

第壹部分：選擇題

一、單選題

1. 出處：選修數甲(上)　第 2 章　三角函數

解析：

$$\frac{z-2}{z+2}=i \Rightarrow z-2=iz+2i \Rightarrow (1-i)z=2+2i \Rightarrow z=\frac{2+2i}{1-i},$$

因此，$|z|=\left|\frac{2+2i}{1-i}\right|=\frac{|2+2i|}{|1-i|}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=2$，

故選(5)．

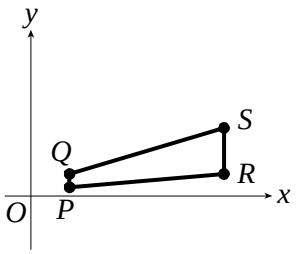
2. 出處：第一冊　第 3 章　指數、對數函數

解析：

依題意得 $P(2,\log_{10}2)$，$Q(2,1)$，$R(10,1)$，$S(10,\log_2 10)$，

在坐標平面上，$PQSR$ 為一梯形，如圖所示，

其中 $\overline{PQ}//\overline{RS}$，$\overline{PQ}=1-\log_{10}2$，$\overline{RS}=\log_2 10-1$，



$PQSR$ 面積

$=\frac{1}{2}\times\left(1-\log_{10}2+\log_{2}10-1\right)\times 8$

$=4\times\left(\log_{2}10-\log_{10}2\right)$

$=4\times\left(\frac{1}{\log_{10}2}-\log_{10}2\right)$

$=4\times\left(\frac{1}{0.3010}-0.3010\right)\approx 12.085$,

故選(3) .

3. 出處：選修數甲(上)　第 1 章　機率與統計

解析：

$n(S)=C_{2}^{8}=28$,

隨機變數 X 的取值，所對應的機率 p_k 如下：

$X=1$，即$(1,2)$，$(1,3)$，$\cdots$，$(1,8)$，共 7 個$\Rightarrow p_1=\frac{7}{28}$；

$X=2$，即$(2,3)$，$(2,4)$，$\cdots$，$(2,8)$，共 6 個$\Rightarrow p_2=\frac{6}{28}$；

$X=3$，即$(3,4)$，$(3,5)$，$\cdots$，$(3,8)$，共 5 個$\Rightarrow p_3=\frac{5}{28}$,

以此類推，得 $p_4=\frac{4}{28}$， $p_5=\frac{3}{28}$， $p_6=\frac{2}{28}$， $p_7=\frac{1}{28}$，其中 p_1 及 p_2 的值大於 $\frac{1}{5}$,

故選(2) .

4. 出處：第二冊　第 3 章　機率

解析：

$$\begin{vmatrix} 0 & a & b \\ c & 0 & d \\ e & f & 0 \end{vmatrix}=ade+bcf \ ,$$

依題意，$n(S)=6!=720$,

又 $ade+bcf$ 為奇數，分為下列兩種情形：

① ade 為奇數，bcf 為偶數$\Rightarrow 3!\times 3!=36$.

② ade 為偶數，bcf 為奇數$\Rightarrow 3!\times 3!=36$.

因此，所求機率為 $\frac{36+36}{720}=\frac{1}{10}$,

故選(2) .

二、多選題

5. 出處：第一冊　第 2 章　多項式函數、第三冊　第 2 章　直線與圓

解析：

(1) $\because m_{\overline{AB}}=\frac{1}{2}$，$m_{\overline{BC}}=0$，$m_{\overline{AB}}\neq m_{\overline{BC}}$，$\therefore A$、$B$、$C$ 三點不共線

(2) $\because m_{\overline{AB}}=\frac{1}{2}$，$m_{\overline{BD}}=\frac{1}{2}$，$A$、$B$、$D$ 三點共線，$\therefore$不會恰有一圓通過 A、B、D 三點

(3) 設二次函數 $f(x)=ax^2+bx+c$，

若此函數通過 $B(0,1)$，$C(2,1)$，$D(4,3)$ 三點，即 $\begin{cases}c=1\\4a+2b+c=1\\16a+4b+c=3\end{cases}$，

解得 $a=\frac{1}{4}$，$b=-\frac{1}{2}$，$c=1$，可得函數 $f(x)=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x+1$，

則恰有一個二次多項式函數的圖形通過 B、C、D 三點

(4) 設三次函數 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$，

若此函數通過 $A(-2,0)$，$B(0,1)$，$C(2,1)$，$D(4,3)$ 四點，即 $\begin{cases}-8a+4b-2c+d=0\\d=1\\8a+4b+2c+d=1\\64a+16b+4c+d=3\end{cases}$，

解得 $a=\frac{1}{16}$，$b=-\frac{1}{8}$，$c=0$，$d=1$，可得函數 $f(x)=\frac{1}{16}x^3-\frac{1}{8}x^2+1$，

則恰有一個三次多項式函數的圖形通過 A、B、C、D 四點

(5) $\because A$、B、D 三點共線，$\therefore$過 C 點作平行直線 AB 之直線，

即可找到兩平行直線，其聯集包含 A、B、C、D 四點

故選(3)(4)(5)．

6. 出處：第四冊　第 2 章　空間中的平面與直線

解析：

$\because E_1$、E_2、E_3 有一個交點的 z 坐標為1，$\therefore$將 $z=1$ 代入，

得 $\begin{cases}cx+y=c\\cy+1=0\\x+c=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}cx+y=c\cdots\cdots①\\y=-\frac{1}{c}\cdots\cdots②\\x=1-c\cdots\cdots③\end{cases}$，$c\neq 0$

將②③代入①，得 $c(1-c)-\frac{1}{c}=c\Rightarrow c^3+1=0\Rightarrow(c+1)(c^2-c+1)=0\Rightarrow c=-1$，

將 $c=-1$ 代入聯立方程式，得 $\begin{cases}-x+y=-1\\-y+z=0\\x-z=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x-y=1\\y=z\end{cases}$，

因此，聯立方程式有無限多組解，其解為$\begin{cases} x=1+t \\ y=t \\ z=t \end{cases}$，$t\in\square$，

其幾何意義為：E_1、E_2、E_3三平面交於一直線，

①當$t=0$時，E_1、E_2、E_3的一個交點為$(1,0,0)$．

②當$t=2$時，E_1、E_2、E_3的一個交點為$(3,2,2)$．

故選(1)(2)(5)．

7. 出處：選修數甲(下)　第 1 章　極限與函數、第一冊　第 2 章　多項式函數

解析：

(1) $\because f(1)=1-1-2+1\neq 0$，$\therefore \lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}$不存在

(2) $\because x$與$f(x)$的值對應如下：

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-7	1	1	-1	1

由勘根定理知$f(x)=0$在$(-2,-1)$，$(0,1)$及$(1,2)$之間各有一實根，且$a<b<c$，

$\therefore -2<a<-1$，$0<b<1$，$1<c<2$

(3) $\because -2<a<-1$，$\therefore a$，a^2，a^3，$\cdots$，a^n，$\cdots$為發散數列

(4) $\because 0<b<1$，$\therefore b$，b^2，b^3，$\cdots$，b^n，$\cdots$為收斂數列

(5) $\because 1<c<2$，$\therefore c$，c^2，c^3，$\cdots$，c^n，$\cdots$為發散數列

故選(2)(4)．

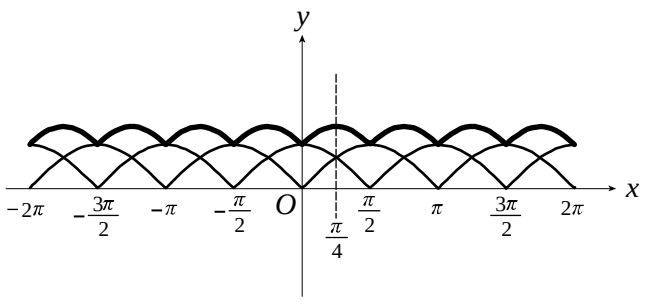
8. 出處：選修數甲(上)　第 2 章　三角函數

解析：

(1) $\because f(-x)=|\sin(-x)|+|\cos(-x)|=|-\sin x|+|\cos x|=|\sin x|+|\cos x|=f(x)$，

$\therefore f(-x)=f(x)$對所有實數x均成立

(2)(3) $|\sin x|$及$|\cos x|$的疊合如圖所示：



得$f(x)$的最大值為$\sqrt{2}$，最小值為1

(4) $\because 0<x<\dfrac{\pi}{4}$，$f(x)$為遞增函數，又$\dfrac{\pi}{10}<\dfrac{\pi}{9}$，$\therefore f\left(\dfrac{\pi}{10}\right)<f\left(\dfrac{\pi}{9}\right)$

(5) 函數 f 的（最小正）週期為 $\frac{\pi}{2}$

故選(1)(2)．

9. 出處：第四冊　第 1 章　空間向量

解析：

(1) 設 z 軸正向的方向向量為 $\overrightarrow{z}=(0,0,t)$，$t\in\square$ 且 $t>0$，$\overrightarrow{v}$ 與 $\overrightarrow{z}$ 之夾角為 θ，

則 $\cos\theta=\dfrac{\overrightarrow{v}\cdot\overrightarrow{z}}{\left|\overrightarrow{v}\right|\left|\overrightarrow{z}\right|}=\dfrac{0+0+t}{\sqrt{c^2+d^2+1}\cdot t}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 恆為定值

(2) 由柯西不等式知：$\left(a^2+b^2\right)\left(c^2+d^2\right)\ge\left(ac+bd\right)^2\Rightarrow\left(ac+bd\right)^2\le1\times1\Rightarrow-1\le ac+bd\le1$，

$\because\ \overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}=ac+bd$，$\therefore\ \overrightarrow{u}\cdot\overrightarrow{v}$ 的最大值為1

(3) 設 $\overrightarrow{u}$ 與 $\overrightarrow{v}$ 之夾角為 ϕ，則 $\cos\phi=\dfrac{ac+bd}{\sqrt{a^2+b^2}\cdot\sqrt{c^2+d^2+1}}=\dfrac{ac+bd}{\sqrt{1}\times\sqrt{2}}$，

當 $ac+bd$ 有最小值 -1 時，$\cos\phi=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，此時有最大 $\phi=135°$

(4) 由柯西不等式知：$\left(a^2+b^2\right)\left[d^2+\left(-c\right)^2\right]\ge\left(ad-bc\right)^2\Rightarrow\left(ad-bc\right)^2\le1\times1\Rightarrow-1\le ad-bc\le1$，

因此，$ad-bc$ 的值不可能為 $\frac{5}{4}$

(5) 由 $\overrightarrow{u}\times\overrightarrow{v}=\left(b,-a,ad-bc\right)$，得 $\left|\overrightarrow{u}\times\overrightarrow{v}\right|=\sqrt{b^2+\left(-a\right)^2+\left(ad-bc\right)^2}=\sqrt{1+\left(ad-bc\right)^2}$，

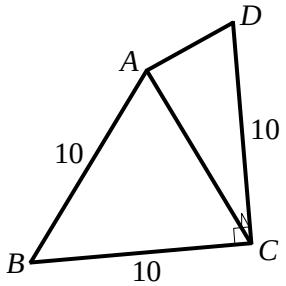
承(4)，$\because\left(ad-bc\right)^2$ 的最大值為1，$\therefore\left|\overrightarrow{u}\times\overrightarrow{v}\right|$ 的最大值為 $\sqrt{2}$，

故選(1)(3)(5)．

三、選填題

A. 出處：第三冊　第 1 章　三角

解析：



在△ABC 中，

$\because\sin\angle ABC=\frac{4}{5}$，且 $\angle ABC$ 為銳角，$\therefore\cos\angle ABC=\frac{3}{5}$，

由餘弦定理知：

$\overline{AC}^2=10^2+10^2-2\times10\times10\cdot\cos\angle ABC=100+100-2\times10\times10\cdot\frac{3}{5}=80$

$\Rightarrow\overline{AC}=\sqrt{80}$，

$\because$直線 CD 垂直平面 ABC，$\therefore\overline{CD}\perp\overline{AC}$，

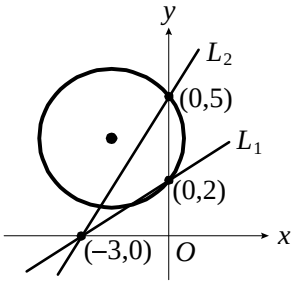
得 $\overline{AD}=\sqrt{\overline{AC}^2+\overline{CD}^2}=\sqrt{80+100}=\sqrt{180}=6\sqrt{5}$．

B. 出處：第三冊　第 2 章　直線與圓

解析：

圓 $x^2+y^2+4x-7y+10=0 \Rightarrow (x+2)^2+\left(y-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$，

則圓心為 $\left(-2,\frac{7}{2}\right)$，半徑為 $\frac{5}{2}$，如圖所示：



令 $x=0$ 得 $y^2-7y+10=0 \Rightarrow (y-2)(y-5)=0 \Rightarrow y=2$ 或 5，

圓與 y 軸之交點坐標為 $(0,2)$ 及 $(0,5)$，

$\because m_{L_1}=\frac{2}{3}$，$m_{L_2}=\frac{5}{3}$，

又直線 $y=m(x+3)$ 為過點 $(-3,0)$ 且斜率為 m 的直線，與圓的兩個交點位於不同的象限，

$\therefore \frac{2}{3}<m<\frac{5}{3}$，故 $a=\frac{2}{3}$，$b=\frac{5}{3}$ ．

第貳部分：非選擇題

一. 出處：選修數甲(下)　第 2 章　多項式函數的微積分

解析：

(1) $\because p(x)$ 為一實係數多項式，其各項係數均大於或等於 0，

$\therefore x\ge 1$ 時，$p(x)\ge 0$，

又 $\because x\ge 1$ 時，$-1-x^2\le -2$ 恆成立，

$\therefore p(x)>-1-x^2$ 對所有的 $x\ge 1$ 均成立 ．

(2) $\int_1^t\left(-1-x^2\right)dx=\left(-x-\frac{1}{3}x^3\right)\Big|_1^t=\left(-t-\frac{1}{3}t^3\right)-\left(-1-\frac{1}{3}\right)=-\frac{1}{3}t^3-t+\frac{4}{3}$ ．

(3) 由函數 $y=p(x)$，$y=-1-x^2$ 的圖形與直線 $x=1$，$x=t$ 所圍成有界的面積為 $t^4+t^3+t^2+t+C$，

又 $p(x)>-1-x^2$，知

$\int_1^t\left[p(x)-\left(-1-x^2\right)\right]dx=t^4+t^3+t^2+t+C$

$\Rightarrow \int_1^t p(x)dx+\int_1^t\left(1+x^2\right)dx=t^4+t^3+t^2+t+C$

$\Rightarrow \int_1^t p(x)dx+\frac{1}{3}t^3+t-\frac{4}{3}=t^4+t^3+t^2+t+C$，

當 $t=1$ 時，$0+\frac{1}{3}+1-\frac{4}{3}=4+C$，得 $C=-4$ ．

(4) 由(3)知，$\int_1^t p(x)dx = t^4 + \frac{2}{3}t^3 + t^2 - \frac{8}{3}$，

故 $p(x) = 4x^3 + 2x^2 + 2x$.

二. 出處：第四冊　第 3 章　矩陣

解析：

(1) 依題意，知 $M\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1\\\sqrt{2}\end{bmatrix}$，$M\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-1\\\sqrt{2}\end{bmatrix} \Rightarrow M\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1&-1\\\sqrt{2}&\sqrt{2}\end{bmatrix}$，

得 $M = \begin{bmatrix}1&-1\\\sqrt{2}&\sqrt{2}\end{bmatrix}$.

(2) 設 $C(a,b)$，其中 $a+b \neq 1$，

$\because \begin{bmatrix}1&-1\\\sqrt{2}&\sqrt{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a\\b\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}a-b\\\sqrt{2}a+\sqrt{2}b\end{bmatrix}$，

$\therefore$ 經平面線性變換 M 作用後，$C(a,b)$ 被映至 $C'\left(a-b, \sqrt{2}a+\sqrt{2}b\right)$，

又 $\triangle ABC$ 的重心 $G\left(\frac{a+1}{3}, \frac{b+1}{3}\right)$，

則 $\triangle A'B'C'$ 的重心 $G'\left(\frac{1-1+a-b}{3}, \frac{\sqrt{2}+\sqrt{2}+\sqrt{2}a+\sqrt{2}b}{3}\right) \Rightarrow G'\left(\frac{a-b}{3}, \frac{\sqrt{2}a+\sqrt{2}b+2\sqrt{2}}{3}\right)$，

$\because \begin{bmatrix}1&-1\\\sqrt{2}&\sqrt{2}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\frac{a+1}{3}\\\frac{b+1}{3}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\frac{a-b}{3}\\\frac{\sqrt{2}a+\sqrt{2}b+2\sqrt{2}}{3}\end{bmatrix}$，

$\therefore$ 變換 M 將 $\triangle ABC$ 的重心映射至 $\triangle A'B'C'$ 的重心 .

(3) $\because$ $\triangle A'B'C'$ 面積 $= \left|\det(M)\right| \times \triangle ABC$ 面積 $= \left|\begin{vmatrix}1&-1\\\sqrt{2}&\sqrt{2}\end{vmatrix}\right| \times 3 = 6\sqrt{2}$，

又 $\overline{A'B'} = 2$，

$\therefore C'$ 到 $\overleftrightarrow{A'B'}$ 的距離為 $\frac{6\sqrt{2}}{\frac{1}{2}\times 2} = 6\sqrt{2}$.