陳宏澤 老師

師範大學數學研究所

師範大學數學系

國立基隆女中4年

曾任板中資優班老師29年

教學績優錄取美

國教育數學考查並在

漢華、瀚林、建宏出版社

出版高中數學講義多年

主講老師教學優點

教學資歷完整高中數學教學達三十餘年，對升大學數學學測命題有長期深入的研究，最能抓住命題的核心；教學的內容完全針對學測的命題，而且具細糜遺若能依照老師的教授去執行、學習數學學測的成績肯定可獲高分。

¤ 最新升大學學測及指考試題解析 ¤

一、單選題(占 12 分)

01. 出自 1-2 多項式

解析：$f(x)=ax(x-1)+bx(x-3)+c(x-1)(x-3)$

$$\because\begin{cases}f(0)=6\\f(1)=2\\f(3)=-2\end{cases}\qquad\therefore\begin{cases}c\cdot(-1)\cdot(-3)=6\\b\cdot1\cdot(-2)=2\\a\cdot3\cdot2=-2\end{cases}$$

$\therefore a=-\frac{1}{3}$，$b=-1$，$c=2$

$\therefore a+b+c=-\frac{1}{3}-1+2=\frac{2}{3}$

故選(2)

02. 出自 2-4 數據分析

解析：

糧食	生產量	消費量	熱量
甲	1000	1200	300
乙	280	320	100
丙	100	1000	600

甲、乙、丙三種糧食的[糧食自給率]

$$=\frac{A}{B}=\frac{1000\times300+280\times100+100\times600}{1200\times300+320\times100+1000\times600}$$

$$=\frac{388000}{992000}$$

$$\doteqdot0.3911\doteqdot39\%$$

故選(2)

二、多選題(占 40 分)

03. 出自 3-2 直線與圓

解析：∵點(4，1)和點(5，9)在直線 $3x-y-k=0$ 的兩側

$\therefore(3\cdot4-1-k)\cdot(3\cdot5-9-k)<0$

$\therefore(11-k)(6-k)<0$　　$\therefore(k-11)(k-6)<0$　　$\therefore 6<k<11$

又 $k\in Z$

$\therefore k=7，8，9，10$

(1)✕：有 4 個

(2)✕：和 $=7+8+9+10=34$

(3)○：最小為 7

(4)✕：平均 $=\frac{7+8+9+10}{4}=\frac{17}{2}=8.5$

(5)○：奇數與偶數的個數皆為 2

故選(3) (5)

04. 出自 1-1 數與式

解析：(1)○：$\because 0.\overline{7}+0.\overline{3}=\frac{7}{9}+\frac{3}{9}=\frac{10}{9}$且$0.\overline{6}+0.\overline{4}=\frac{6}{9}+\frac{4}{9}=\frac{10}{9}$

$\therefore 0.\overline{7}+0.\overline{3}=0.\overline{6}+0.\overline{4}$

(2)✕：$\because 0.\overline{72}+0.\overline{28}=\frac{72}{99}+\frac{28}{99}=\frac{100}{99}$且 $1.\overline{1}=\frac{11-1}{9}=\frac{10}{9}$

$\therefore 0.\overline{72}+0.\overline{28}\neq 1.\overline{1}$

(3)✕：$0.\overline{7}+0.\overline{3}=\frac{7}{9}+\frac{3}{9}=\frac{10}{9}\neq 1$

(4)○：$\because 0.\overline{5}+0.\overline{5}=\frac{5}{9}+\frac{5}{9}=\frac{10}{9}$

且 $1.\overline{1}=\frac{11-1}{9}=\frac{10}{9}$

$\therefore 0.\overline{5}+0.\overline{5}=1.\overline{1}$

(5)○：$0.4\overline{9}=\frac{49-4}{90}=\frac{45}{90}=0.5$

故選(1) (4) (5)

05. 出自 2-4 數據分析

解析：表一：測驗 A 的人數統計表

分數	91	93	96	98	100
劃記	一	丆	正 正 正	正 正 正 丅	正 下 正
次數	1	4	15	17	13

表二：測驗 B 的人數統計表

分數	8	9	11	13	15	16	18	21	22	23	24
次數	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
分數	26	28	29	30	32	33	34	35	38	39	40
次數	1	3	1	2	1	1	1	2	2	1	2
分數	43	46	50	51	52	53	54	55	57	58	59
次數	1	1	1	1	1	3	1	2	1	1	2
分數	60	61	66	67	72						
次數	1	1	1	1	3						

(1)○：由表一知圖乙的橫軸為測驗 A 分數

(2)○：A 91 分的同學：

① B 28 分

② $A + B = 91 + 28 = 119$

③ 甄選總成績 $= 91 \times 50\% + 28 \times 50\% = 59.5$

∴圖乙的縱軸為甄選總成績

(3)✕：由表二知圖甲的橫軸為測驗 B 的分數

(4)○：① B 8 分者其甄選總成績為 $96 \times 50\% + 8 \times 50\% = 52$ 分

② B 72 分者有三位

第 1 位之甄選總成績為 $96 \times 50\% + 72 \times 50 = 84$ 分

第 2 位之甄選總成績為 $100 \times 50\% + 72 \times 50\% = 86$ 分

第 3 位之甄選總成績為 $93 \times 50\% + 72 \times 50\% = 82.5$ 分

以上四位同學的甄選總成績與圖甲的縱軸相同

故得知圖甲的橫軸為 B 分數

圖甲的縱軸為甄選總成績

由圖甲之右上角 20 個點知「只以測驗 B 分數高低錄取的 20 位同學」

與「以甄選總成績高低錄取的 20 位同學」完全相同

(5)○：甄選總成績的平均分數為 $97.38 \times 50\% + 40.22 \times 50\% = \frac{97.38+40.22}{2}$

故選 (1) (2) (4) (5)

06. 出自 3 甲-1 機率與統計 II

解析：(1)✕：媒體 A 抽樣所得的 $\widehat{P_A} = 0.30$，$\widehat{\sigma_A} = 0.02$

∴在 95% 的信心水準之下，媒體 A 所得 P 的信賴區間為

$[\widehat{P_A} - 2\widehat{\sigma_A}，\widehat{P_A} + 2\widehat{\sigma_A}] = [0.26，0.34]$

(2)○：令媒體 A 抽樣人數為 n

→ 媒體 B 抽樣人數亦為 n

$$\Rightarrow \sigma_B = \sqrt{\frac{\widehat{P_B}(1-\widehat{P_B})}{n}} = \sqrt{\frac{0.4\times 0.6}{n}} = \sqrt{\frac{0.24}{n}}$$

而 $\sigma_A = \sqrt{\frac{\widehat{P_A}(1-P_A)}{n}} = \sqrt{\frac{0.3\times 0.7}{n}} = \sqrt{\frac{0.21}{n}}$

$\therefore \widehat{\sigma_B} > \widehat{\sigma_A} = 0.02$

(3)×：令媒體 A 抽樣的人數為 n

$$\Rightarrow 0.02 = \sqrt{\frac{0.3\times 0.7}{n}} \longrightarrow 0.0004 = \frac{0.21}{n} \longrightarrow n = 525$$

令媒體 C 抽樣的人數為m

$$\Rightarrow 0.01 = \sqrt{\frac{0.3\times 0.7}{m}}$$

$$\Rightarrow 0.0001 = \frac{0.21}{m}$$

$\Rightarrow m = 2100 \qquad \therefore m = 4n$

即媒體 C 抽樣人數為媒體 A 抽樣人數的四倍

(4)×：∵抽樣推論，無法推得母群體的資料

∴無法判定哪一個媒體的抽樣支持度較接近候選人真正的支持度 P

(5)×：∵抽樣推論無法推得母群體的資料

∴無法判定那一家媒體所得 p 的信賴區間包含母體的 p

故選(2)

07. 出自 4-3 矩陣

解析：(1)○：$A\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5\\2\end{bmatrix}$ 且 $A\begin{bmatrix}1\\2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}7\\4\end{bmatrix}$

$\therefore A\begin{bmatrix}1&1\\1&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5&7\\2&4\end{bmatrix}\cdots$ ①

$\therefore \det(A)\cdot\begin{vmatrix}1&1\\1&2\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}5&7\\2&4\end{vmatrix}$

$\therefore \det(A)\cdot 1=6 \qquad \therefore \det(A)=6$

(2)○：由①知 $A=\begin{bmatrix}5&7\\2&4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&1\\1&2\end{bmatrix}^{-1}=\begin{bmatrix}5&7\\2&4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2&-1\\-1&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3&2\\0&2\end{bmatrix}$

$\therefore A^2=\begin{bmatrix}3&2\\0&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3&2\\0&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}9&10\\0&4\end{bmatrix}$

$5A-6\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}15&10\\0&10\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}6&0\\0&6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}9&10\\0&4\end{bmatrix}$

$\therefore A^2=5A-6\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$

(3)×：$A^{-1}=\begin{bmatrix}\frac{1}{3}&-\frac{1}{3}\\0&\frac{1}{2}\end{bmatrix}$

(4)○：$A\begin{bmatrix}1\\3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3&2\\0&2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}9\\6\end{bmatrix}$

(5)×：$\begin{bmatrix}1&1\end{bmatrix}A=\begin{bmatrix}1&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}3&2\\0&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}3&4\end{bmatrix}$

故選(1)(2)(4)

A. 出自 2-2 排列組合

解析：(1) $\underbrace{\text{杜鵑、山茶}}_{\text{皆被選中}}$，$\underbrace{\text{玫瑰、菊花、蘭花、水仙、繡球}}_{\text{從 5 種選 2 種}}$

選取方法數為 $C_2^5=10$

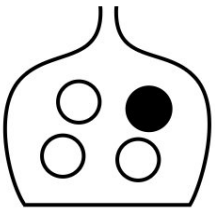
(2) 杜鵑、山茶 A，B 作直線排列

相鄰

方法數 $3!\cdot 2!=12$　故所求$=10\times 12=120$ 種排法

B. 出自 3 甲-1 機率與統計 II

解析：令 X 表所得的獎金



$$\longrightarrow P(X=1)=\frac{1}{4}$$

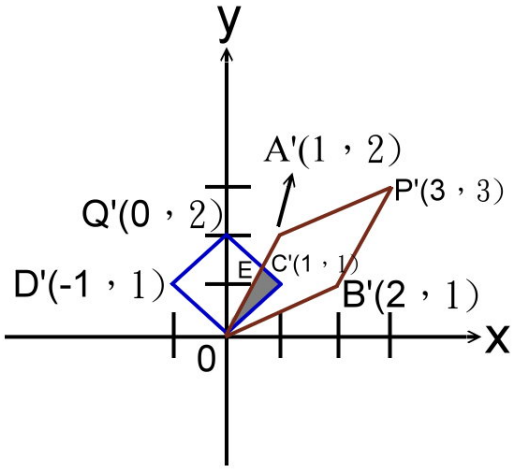
$$P(X=2)=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{3}=\frac{1}{4}$$

$$P(X=3)=\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

$$P(X=4)=\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1}=\frac{1}{4}$$

$\therefore$可獲得獎金的數學期望值為$E(X)=1\cdot\frac{1}{4}+2\cdot\frac{1}{4}+3\cdot\frac{1}{4}+4\cdot\frac{1}{4}=\frac{5}{2}$(元)

C. 出自 3-3 平面向量



解析：令$\overrightarrow{OA'}=\vec{a}=(1，2)$

$\overrightarrow{OB'}=\vec{b}=(2，1)$

$\overrightarrow{OC'}=\vec{c}=(1，1)$

$\overrightarrow{OD'}=\vec{d}=(-1，1)$

$\longrightarrow A=\{P|\overrightarrow{OP}=x\vec{a}+y\vec{b}$，且 $0\le x\le 1$，且 $0\le y\le 1\}$

=如右圖之平行四邊形$OA'P'B'$ 區域

其中$A'(1，2)$，$B'(2，1)$，$P'(3，3)$

$B=\{P|\overrightarrow{OP}=x\vec{c}+y\vec{d}$且 $0\le x\le 1$ 且 $0\le y\le 1\}$

=如右圖之菱形 $OC'Q'D'$ 區域

其中$C'(1，1)$，$D'(-1，1)$，$Q'(0，2)$

$\overleftrightarrow{C'Q'}$：$x+y=2$

$\overleftrightarrow{OA'}$：$2x-y=0$

$\therefore \overrightarrow{C'Q'}$與$\overleftrightarrow{OA'}$ 之交點為 $E(\frac{2}{3}，\frac{4}{3})$

$\therefore A \cap B =$ 如右圖之$\triangle OC'E$ 區域

$\therefore A \cap B$ 的面積 $= \frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ \frac{2}{3} & \frac{4}{3} \end{vmatrix}\right| = \frac{1}{3}$

第貳部分：非選擇選(占 24 分)

一. 出自 1-3 指數與對數

解析：(1) $\log 1.5 = \log\frac{3}{2} = \log 3 - \log 2 = 0.4771 - 0.3010 = 0.1761$

(2) $\log(1.5)^{60} = 60\log 1.5 = 60 \times 0.7161 = 10.566$

(3) $\because \log(1.5)^{60} = 10.566 = 10 + 0.566$

$\therefore \log(1.5)^{60}$ 之首數為 10

$\therefore (1.5)^{60}$ 的整數部分是 11 位數

(4) 令$\log y = 0.566 \longrightarrow \log 3 < \log y < \log 4$

$\therefore 3 < y < 4$

又$\log(1.5)^{60} - \log y = 10$

$\therefore \log\frac{(1.5)^{60}}{y} = 10$

$\therefore \frac{(1.5)^{60}}{y} = 10^{10}$

$\therefore (1.5)^{60} = y \times 10^{10}$

$\therefore (1.5)^{60} = 3.\cdots \times 10^{10}$

$\therefore (1.5)^{60}$ 的整數部分中，最左邊的數字是 3

二. 出自 3-2 直線與圓

解析：設甲、乙兩種合金分別生產 x 單位與 y 單位

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x+3y \le 1000 \\ 3x+6y \le 1020 \\ 3x+3y \le 660 \\ x \ge 0，y \ge 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5x+3y \le 1000 \\ x+2y \le 340 \\ x+y \le 220 \\ x \ge 0，y \ge 0 \end{cases}$$

可行解的區域：其圖形為如下之五邊形OABCD區域

其中$O(0，0)$，$A(200，0)$，$B(170，50)$，$C(100，120)$，$D(0，170)$

目標函數：利潤為 $f(x，y)=600x+700y$(單元：元)

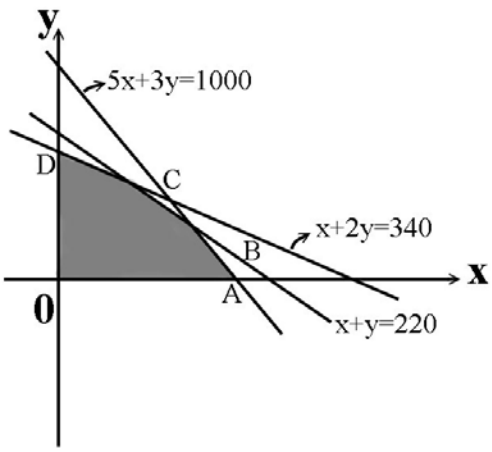
$f(0，0)=0$

$f(200，0)=120000$

$f(170，50)=137000$

$f(100，120)=144000$

$f(0，170)=119000$



由線性規劃原理知

應生產甲合金 100 單位，乙合金 120 單位，才能獲得最大利潤，此時利潤為 144000 元。