陳宏澤 老師

師範大學數學研究所
師範大學數學系
國立基隆女中4年
曾任板中資優班老師29年
教學績優錄取美
國教育數學考查並在
漢華、瀚林、建宏出版社
出版高中數學講義多年

主講老師教學優點

教學資歷完整高中
數學教學達三十餘
年，對升大學數學
學測命題有長期深
入的研究，最能抓
住命題的核心；教
學的內容完全針對
學測的命題，而且
具細糜遺若能依照
老師的教授去執行
、學習數學學測的
成績肯定可獲高分
。

¤ 最新升大學學測及指考試題解析 ¤

101 年指考乙

第壹部分：選擇題

一、單選題：(占 18 分)

01. 出自 1-2 多項式

解析：令 $x^3+ax^2+bx+8=0$ 之三根為 α ，α 與 α

$\longrightarrow \alpha^3=-8$

$\therefore \alpha=-2$

$\therefore b=\alpha\cdot\alpha+\alpha\cdot\alpha+\alpha\cdot\alpha=3\alpha^2=12$

故選(4)

02. 出自 4-3 矩陣

解析：(1)✕：$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2a+3b \\ 2c+3d \end{bmatrix}$

(2)✕：$\begin{bmatrix} 2 ， 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2a+3c & 2b+3d \end{bmatrix}$

(3)✕：$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2a+3c & 2b+3d \\ 2a+3c & 2b+3d \end{bmatrix}$

(4)✕：$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2a & 2b \\ 3c & 3d \end{bmatrix}$

(5)○：$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2a & 3b \\ 2c & 3d \end{bmatrix}$

故選(5)

03. 出自 2-2 排列組合

解析：右手持拍者：甲、乙、丙

左手持拍者：丁、戊

左、右手皆可持拍者：己

所選出的兩名選手中

①含己者有 5 種情形

②不含己者有 $3 \times 2 = 6$ 種情形

故共有 $5 + 6 = 11$ 種可能的搭配，故選(3)

二、多選題：(占 32 分)

04. 出自 3 乙-1 機率與統計 II

解析：令 A 表被抽出同學有打工經驗者的事件

令 B 表被抽出同學有意願讀大學者的事件

(1)○：$P(A) = 0.6$，$P(B) = 0.7$

(2)○：$\because P(A) = 0.6$，$P(B) = 0.7$　$\therefore P(A \cap B) \leq P(A) = 0.6$

$\therefore$至多為 0.6

(3)×：$\because P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$\begin{aligned}\therefore P(A \cap B) &= P(A) + P(B) - P(A \cup B) \\ &= P(A) + P(B) - P(A \cup B) \\ &= 0.6 + 0.7 - P(A \cup B) \geq 0.6 + 0.7 - 1 \\ &= 0.3\end{aligned}$$

故至少為 0.3

(4)✕：所求$= P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$

由(1)(2)知 $0.3 \le P(A \cap B) \le 0.6$

$\therefore 0 \le P(A-B) \le 0.3$

∴所求不一定為 0.18

故選(1)(2)

05. 出自 2-2 排列組合

解析：$(x^2+y)^{12} = \sum_{r=0}^{12} C_r^{12}(x^2)^{12-r}y^r$

令$C_r^{12} \le C_{r+1}^{12} \Rightarrow \frac{12!}{r!(12-r)!} \le \frac{12!}{(r+1)!(11-r)!}$

$\therefore r!\,(12-r)! \ge (r+1)!\,(11-r)!$

$\therefore 12-r \ge r+1$

$\therefore 2r \le 11$

$\therefore r \le \frac{11}{2}$

$\therefore r \le 5$

故$C_0^{12} \le C_1^{12} \le C_2^{12} \le C_3^{12} \le C_4^{12} \le C_5^{12} \le C_6^{12} \ge C_7^{12} \ge C_8^{12} \ge \cdots \ge C_{12}^{12}$

(1)○：x^{24} 的係數為 C_0^{12}；$x^{10}y^7$ 的係數為 C_7^{12}

(2)✕：$x^{12}y^6$ 的係數為 C_6^{12}；$x^{10}y^7$ 的係數為 C_7^{12}

(3)✕：$x^{14}y^5$ 的係數為 C_5^{12}；$x^{10}y^7$ 的係數為 $C_7^{12} = C_5^{12}$

(4)○：x^8y^8 的係數為 $C_8^{12} = C_4^{12}$；$x^{10}y^7$ 的係數為 $C_7^{12} = C_5^{12}$

故選(1)(4)

06. 出自 1-3 指數與對數

解析：(1)✕：$\because 0 < x < 1$

$\therefore x^2 < x < \sqrt{x}$

(2)○：$\because x^2 < x < \sqrt{x}$

$\therefore \log_{10}(x^2) < \log_{10} x < \log_{10} \sqrt{x}$

(3)✕：①$p > q > 1$ 且 $0 < b < 1$，則 $\log_p b > \log_q b$

②$p > q > 1$ 且 $b > 1$，則 $\log_p b > \log_q b$

(3)✕：$\log_2 x = \log_8 x^3 < \log_{10} x^3$

(4)○：$\log_{10}(x^2) < \log_{16} x^2 = \log_2 \sqrt{x} = \log_4 x < \log_{10} x$

故選(2)(4)

07. 出自 3 乙-1 機率與統計 II

解析：不妨令全體總所得為 100 萬元，全體總人數為 100

則全體平均所得為 1 萬元

(1)✕：所得差距 $= \frac{\text{最高 20\%的個人平均所得}}{\text{最低 20\%的個人平均所得}} = \frac{\frac{44.6}{20}}{\frac{3.6}{2.0}} = \frac{44.6}{3.6} = 12.\overline{38} < 13$

(2)○：顯然地第四組有 10 個人之總所得多於或等於 14 萬元

$\therefore$最高 30%（共 30 個人）的總所得必多於或等於$44.6 + 14 = 58.6$(萬元)，即必超過總所得的 55%

(3)×：若第三組有 5 個人之個人所得多於 1 萬元

則全體之個人所得多於 1 萬元的必多於或等於 45 人

即個人所得低於 1 萬元的必少於或等於 55 人

即個人所得低於平均所得的不超過 60 % 的人

(4)×：最低20%的人(共 20 人)的平均所得為 $\frac{3.6}{20}=0.18$ 萬元

$\therefore$所求 $=\frac{0.18}{1}=0.18=18\%$

三、選填題：(占 24 分)

A. 出自 1-2 多項式

解析：$a，b\in N$

令 α 為 $x^2-ax+15=0$ 與 $x^2-bx+3b-1=0$ 之共同根(其中 α 為質數)

$\therefore \alpha|15$

$\therefore \alpha=3$ 或 5

① $\alpha=3\longrightarrow 9-3b+b-1=0$(不合)

② $\alpha=5\longrightarrow 25-5b+3b-1=0\longrightarrow b=12$

故 $b=12$

B. 出自 3 乙-1 機率與統計 II

解析：6 個面之點數的平均值為 $\frac{2\cdot2+2\cdot4+2\cdot5}{6}=\frac{11}{3}$

$\therefore$擲這顆骰子兩次， 所得點數的數學期望為 $\frac{11}{3}\cdot2=\frac{22}{3}$

C. 出自 1-3 指數與對數

解析：設 2^x 為 13 位數，其中 $x \in N$

$\Rightarrow \log 2^x$ 之首數為 12

$\Rightarrow 12 \leq \log 2^x < 13$
$\Rightarrow 12 \leq x \log 2 < 13$
$\Rightarrow \dfrac{12}{\log 2} \leq x < \dfrac{13}{\log 2}$
$\Rightarrow 39.9 \leq x < 43.2$

$\Rightarrow x = 40$，41，42 或 43，由題意知 $n = 40$

第貳部分：非選擇題(占 26 分)

一. 出自 1-2 多項式

解析：$f(x) = ax^2 + 2ax + b$

$= a(x^2 + 2x + 1) + b - a$
$= a(x + 1)^2 + b - a$

其中$-1 \leq x \leq 1$

①當 $a > 0$ 時，$f(x)$ 之最小值為 $f(-1) = b - a = 3$

$f(x)$ 之最大值為 $f(1) = 3a + b = 7$

$\therefore a = 1$，$b = 4$

②當 $a < 0$ 時，$f(x)$ 之最小值為 $f(1) = 3a + b = 3$

$f(x)$ 之最大值為 $f(-1) = b - a = 7$

$\therefore a = -1$，$b = 6$

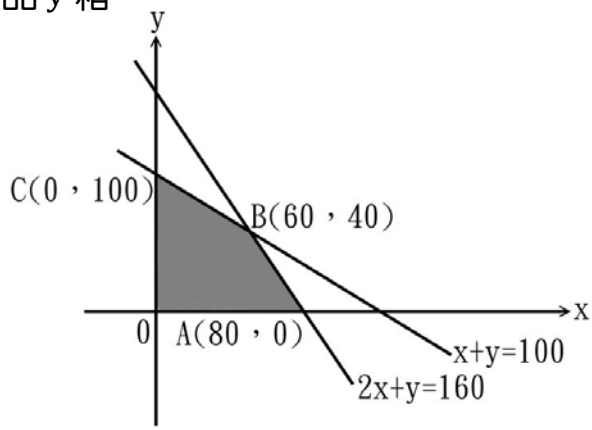
故數對$(a，b) = (1，4)$或$(-1，6)$

二、出自 3-2 直線與圓

解析：(1)每趟貨車運送甲商品 x 箱，運送乙商品 y 箱

$$\rightarrow \begin{cases} 20x + 10y \leq 1600 \\ x + y \leq 100 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

即 $\begin{cases} 2x + y \leq 160 \\ x + y \leq 100 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$



∴其圖形(可行解區域)為如右之四邊形 OABC 區域

$A(80，0)$，$B(60，40)$，$C(0，100)$，$O(0，0)$

(2)目標函數：

每趟貨車出貨所能獲得的利潤為

$f(x，y) = 1200x + 1000y$(單元：元)

$f(0，0) = 0$，$f(80，0) = 96000$，$f(60，40) = 112000$

$f(0，100) = 100000$

∴當 $x = 60$，$y = 40$ 時，可使每趟貨車出貨所能獲得的利潤為最大，此時利潤為112000元